



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA  
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T1

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2016

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) : una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.
- Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**

*Buon lavoro e buon divertimento!*

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ classe: \_\_\_\_\_

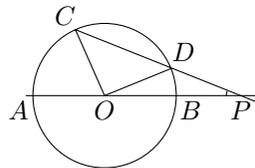
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero  $1000^{1000}$ . Quante cifre deve scrivere in tutto?  
 (A) 1000 (B) 3001 (C) 1000001 (D) 1001 (E) 1004
2. Carlo ha scritto nel suo quaderno l'elenco di tutti i numeri interi positivi da 1 fino a 1000 (inclusi). Giovanna cancella dall'elenco i numeri pari e sostituisce ciascuno di essi con la sua metà. Quanti numeri diversi saranno scritti nel quaderno di Carlo dopo l'intervento di Giovanna?  
 (A) 650 (B) 900 (C) 500 (D) 600 (E) 750
3. In un'isola vivono due tipi di persone: i cavalieri che dicono sempre la verità ed i furfanti che mentono sempre. Durante una festa di compleanno, alla quale partecipano 450 persone, ciascuno dei presenti afferma: "tutti coloro che, oltre a me, sono presenti alla festa sono dei furfanti". Quanti sono i furfanti alla festa?  
 (A) nessuno (B) 450 (C) 449 (D) 224 (E) 225

4. Quattro amici si sono stancati dei loro portachiavi e decidono di ridistribuirseli, in modo tale che ciascuno di loro ne abbia uno differente da quello che aveva prima. In quanti modi diversi possono scambiarsi i portachiavi?  
 (A) 6 (B) 9 (C) 7 (D) 8 (E) 10
5. Laura sta provando dei vestiti in un negozio. È indecisa tra 8 camicette, 5 maglioni, 6 pantaloni. Per risparmiare comprerà solo due capi, di tipo diverso (ossia non due camicette o due maglioni o due pantaloni). In quanti modi Laura potrà fare i suoi acquisti?  
 (A) 114 (B) 128 (C) 342 (D) 171 (E) 118
6. Ad un torneo di calcio partecipano solo 4 squadre, chiamate A, B, C, D. Ad ogni giornata, ciascuna squadra gioca una partita e, nel corso del torneo, ciascuna squadra incontra ogni altra precisamente una volta. Dopo le prime due giornate, la squadra A ha segnato 4 reti senza subirne, la squadra B ne ha subite 7 senza segnarne, la squadra C ne ha segnate 3 e ne ha subite 1, la squadra D ne ha segnata 1 senza subirne. Tenendo conto che ogni squadra guadagna 3 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio e nessun punto in caso di sconfitta, indicare quanti punti hanno realizzato, rispettivamente, le squadre A, B, C, D (in questo ordine) nelle prime due giornate.  
 (A) 4, 0, 3, 4 (B) 4, 0, 4, 2 (C) 4, 0, 3, 2 (D) 4, 1, 3, 2 (E) 3, 1, 4, 2
7. Sei persone (due con una maglia verde, due con una maglia rosa, due con una maglia grigia), per giocare a briscola, vogliono suddividersi in tre squadre di due persone ciascuna. In quanti modi possono effettuare la suddivisione, facendo sì che i due di ciascuna squadra abbiano maglie di colori differenti?  
 (A) 4 (B) 11 (C) 8 (D) 24 (E) 15
8. Il prodotto di due numeri naturali è 14000. Quale può essere, al massimo, il loro Massimo Comune Divisore?  
 (A) 10 (B) 20 (C) 400 (D) 70 (E) 140
9. Una squadra di 8 persone partecipa ad un torneo sportivo. Il regolamento prevede che in campo siano presenti sempre 5 giocatori per squadra e che, nel corso di ogni partita (la cui durata è di 60 minuti), gli 8 componenti di ogni squadra devono giocare tutti lo stesso numero di minuti. Per quanti minuti sarà in campo ciascun giocatore durante la partita?  
 (A) meno di 30 (B) tra 30 e 33 (C) tra 33 e 36 (D) tra 36 e 39 (E) più di 39

10. Giulietta è libera dal lavoro tutte le domeniche (e nessun altro giorno). Romeo lavora su una nave da crociera: rimane in mare per 9 giorni, poi ha un giorno libero prima di imbarcarsi di nuovo per altri 9 giorni, e così via. Oggi, mercoledì 23 novembre 2016, Romeo è a terra e s'imbarcherà domani. Quante giornate potranno trascorrere insieme Giulietta e Romeo fino al 23 novembre 2017?  
**(A)** 8   **(B)** 5   **(C)** 7   **(D)** 6   **(E)** 4

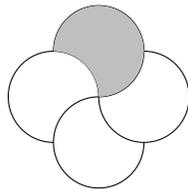
11. Data un circonferenza  $\gamma$  avente centro  $O$  e diametro  $AB$  lungo 16 cm, sia  $P$  un punto sul prolungamento di  $AB$  dalla parte di  $B$  e sia  $r$  una retta passante per  $P$ , che interseca  $\gamma$  nei punti  $C$  e  $D$  (con  $D$  compreso tra  $C$  e  $P$ ). Supponiamo, inoltre, che si abbia  $OD = DP$  e  $\widehat{APC} = 18^\circ$ . Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AOC}$ ?  
**(A)**  $48^\circ$    **(B)**  $54^\circ$    **(C)**  $60^\circ$    **(D)**  $45^\circ$    **(E)**  $72^\circ$



12. Del quadrilatero convesso  $ABCD$  si conoscono le misure dei lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , che sono, nell'ordine, 5, 8, 7 e 12 cm. Indicati con  $E$  e  $F$  i punti medi dei lati  $AB$  e  $CD$ , si sa inoltre che l'area del quadrilatero  $BEDF$  è di  $24 \text{ cm}^2$ . Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del quadrilatero  $ABCD$ ?  
**(A)** 32   **(B)** 36   **(C)** 48   **(D)** un valore tra 50 e 60   **(E)** più di 60

13. Un motorino e una bicicletta percorrono un grande tracciato di forma quadrata, partendo nello stesso istante da uno dei vertici e procedendo ambedue in senso orario. Il lato del tracciato misura 90 km. Il motorino viaggia alla velocità costante di 65 km orari, la bicicletta a 30 km orari. Dopo quante ore i due si incontreranno di nuovo in uno dei quattro vertici del tracciato?  
**(A)** 7   **(B)**  $72/7$    **(C)**  $30/7$    **(D)** 72   **(E)** non accadrà mai più

14. La figura qui a lato è formata da 4 archi tra loro congruenti di circonferenze aventi raggio 2. Qual è l'area della regione ombreggiata?  
**(A)**  $8 + \pi$    **(B)**  $8 + \pi/2$    **(C)**  $9 + \pi/4$   
**(D)**  $16 - 2\pi$    **(E)**  $4 + 2\pi$



15. Osservando il calendario, Chiara si è accorta che l'anno corrente 2016 ha una particolarità: posto  $x = 2016$  il numero dell'anno, allora  $x + 1$  è multiplo di 1,  $x + 2$  è multiplo di 2,  $x + 3$  è multiplo di 3 e  $x + 4$  è multiplo di 4. Quanti altri numeri interi positivi, minori di 2016, hanno la stessa particolarità?  
**(A)** 154   **(B)** 83   **(C)** 167   **(D)** 24   **(E)** 162

16. Una pulce si trova inizialmente nell'origine del piano cartesiano e può spostarsi sui punti a coordinate intere scegliendo di volta in volta una di queste tre mosse:
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x + 2, y + 4)$ ;
  - dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x, y + 5)$ ;
  - dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x - 2, y - 9)$ .

Quanti sono i percorsi, realizzabili dalla pulce con le sue mosse, che la portano dall'origine  $(0, 0)$  al punto  $(0, 2016)$ ?  
**(A)** nessuno   **(B)** precisamente 1   **(C)** un numero compreso tra 10 e 30  
**(D)** un numero compreso tra 30 e 60   **(E)** infiniti



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA  
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T2

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2016

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E): una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.
- Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**

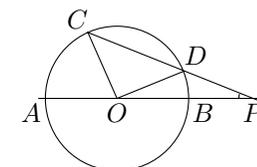
*Buon lavoro e buon divertimento!*

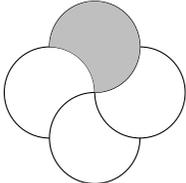
NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ classe: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Carlo ha scritto nel suo quaderno l'elenco di tutti i numeri interi positivi da 1 fino a 1000 (inclusi). Giovanna cancella dall'elenco i numeri pari e sostituisce ciascuno di essi con la sua metà. Quanti numeri diversi saranno scritti nel quaderno di Carlo dopo l'intervento di Giovanna?  
 (A) 650 (B) 900 (C) 500 (D) 600 (E) 750
2. Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero  $1000^{1000}$ . Quante cifre deve scrivere in tutto?  
 (A) 1000 (B) 3001 (C) 1000001 (D) 1001 (E) 1004
3. Quattro amici si sono stancati dei loro portachiavi e decidono di ridistribuirseli, in modo tale che ciascuno di loro ne abbia uno differente da quello che aveva prima. In quanti modi diversi possono scambiarsi i portachiavi?  
 (A) 6 (B) 9 (C) 7 (D) 8 (E) 10

4. In un'isola vivono due tipi di persone: i cavalieri che dicono sempre la verità ed i furfanti che mentono sempre. Durante una festa di compleanno, alla quale partecipano 450 persone, ciascuno dei presenti afferma: "tutti coloro che, oltre a me, sono presenti alla festa sono dei furfanti". Quanti sono i furfanti alla festa?  
 (A) nessuno (B) 450 (C) 449 (D) 224 (E) 225
5. Ad un torneo di calcio partecipano solo 4 squadre, chiamate A, B, C, D. Ad ogni giornata, ciascuna squadra gioca una partita e, nel corso del torneo, ciascuna squadra incontra ogni altra precisamente una volta. Dopo le prime due giornate, la squadra A ha segnato 4 reti senza subirne, la squadra B ne ha subite 7 senza segnarne, la squadra C ne ha segnate 3 e ne ha subite 1, la squadra D ne ha segnata 1 senza subirne. Tenendo conto che ogni squadra guadagna 3 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio e nessun punto in caso di sconfitta, indicare quanti punti hanno realizzato, rispettivamente, le squadre A, B, C, D (in questo ordine) nelle prime due giornate.  
 (A) 4, 0, 3, 4 (B) 4, 0, 4, 2 (C) 4, 0, 3, 2 (D) 4, 1, 3, 2 (E) 3, 1, 4, 2
6. Sei persone (due con una maglia verde, due con una maglia rosa, due con una maglia grigia), per giocare a briscola, vogliono suddividersi in tre squadre di due persone ciascuna. In quanti modi possono effettuare la suddivisione, facendo sì che i due di ciascuna squadra abbiano maglie di colori differenti?  
 (A) 4 (B) 11 (C) 8 (D) 24 (E) 15
7. Il prodotto di due numeri naturali è 14000. Quale può essere, al massimo, il loro Massimo Comune Divisore?  
 (A) 10 (B) 20 (C) 400 (D) 70 (E) 140
8. Laura sta provando dei vestiti in un negozio. È indecisa tra 8 camicette, 5 maglioni, 6 pantaloni. Per risparmiare comprerà solo due capi, di tipo diverso (ossia non due camicette o due maglioni o due pantaloni). In quanti modi Laura potrà fare i suoi acquisti?  
 (A) 114 (B) 128 (C) 342 (D) 171 (E) 118
9. Data una circonferenza  $\gamma$  avente centro  $O$  e diametro  $AB$  lungo 16 cm, sia  $P$  un punto sul prolungamento di  $AB$  dalla parte di  $B$  e sia  $r$  una retta passante per  $P$ , che interseca  $\gamma$  nei punti  $C$  e  $D$  (con  $D$  compreso tra  $C$  e  $P$ ). Supponiamo, inoltre, che si abbia  $OD = DP$  e  $\widehat{APC} = 18^\circ$ . Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AOC}$ ?  
 (A)  $48^\circ$  (B)  $54^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $45^\circ$  (E)  $72^\circ$



10. Una squadra di 8 persone partecipa ad un torneo sportivo. Il regolamento prevede che in campo siano presenti sempre 5 giocatori per squadra e che, nel corso di ogni partita (la cui durata è di 60 minuti), gli 8 componenti di ogni squadra devono giocare tutti lo stesso numero di minuti. Per quanti minuti sarà in campo ciascun giocatore durante la partita?  
**(A)** meno di 30 **(B)** tra 30 e 33 **(C)** tra 33 e 36 **(D)** tra 36 e 39 **(E)** più di 39
11. Del quadrilatero convesso  $ABCD$  si conoscono le misure dei lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , che sono, nell'ordine, 5, 8, 7 e 12 cm. Indicati con  $E$  e  $F$  i punti medi dei lati  $AB$  e  $CD$ , si sa inoltre che l'area del quadrilatero  $BEDF$  è di  $24 \text{ cm}^2$ . Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del quadrilatero  $ABCD$ ?  
**(A)** 32 **(B)** 36 **(C)** 48 **(D)** un valore tra 50 e 60 **(E)** più di 60
12. Giulietta è libera dal lavoro tutte le domeniche (e nessun altro giorno). Romeo lavora su una nave da crociera: rimane in mare per 9 giorni, poi ha un giorno libero prima di imbarcarsi di nuovo per altri 9 giorni, e così via. Oggi, mercoledì 23 novembre 2016, Romeo è a terra e s'imbarcherà domani. Quante giornate potranno trascorrere insieme Giulietta e Romeo fino al 23 novembre 2017?  
**(A)** 8 **(B)** 5 **(C)** 7 **(D)** 6 **(E)** 4
13. La figura qui a lato è formata da 4 archi tra loro congruenti di circonferenze aventi raggio 2. Qual è l'area della regione ombreggiata?  
**(A)**  $8 + \pi$  **(B)**  $8 + \pi/2$  **(C)**  $9 + \pi/4$   
**(D)**  $16 - 2\pi$  **(E)**  $4 + 2\pi$
- 
14. Un motorino e una bicicletta percorrono un grande tracciato di forma quadrata, partendo nello stesso istante da uno dei vertici e procedendo ambedue in senso orario. Il lato del tracciato misura 90 km. Il motorino viaggia alla velocità costante di 65 km orari, la bicicletta a 30 km orari. Dopo quante ore i due si incontreranno di nuovo in uno dei quattro vertici del tracciato?  
**(A)** 7 **(B)**  $72/7$  **(C)**  $30/7$  **(D)** 72 **(E)** non accadrà mai più
15. Una pulce si trova inizialmente nell'origine del piano cartesiano e può spostarsi sui punti a coordinate intere scegliendo di volta in volta una di queste tre mosse:
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x + 2, y + 4)$ ;
  - dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x, y + 5)$ ;
  - dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x - 2, y - 9)$ .

Quanti sono i percorsi, realizzabili dalla pulce con le sue mosse, che la portano dall'origine  $(0, 0)$  al punto  $(0, 2016)$ ?

- (A)** nessuno **(B)** precisamente 1 **(C)** un numero compreso tra 10 e 30  
**(D)** un numero compreso tra 30 e 60 **(E)** infiniti



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA  
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T3

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2016

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E): una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.
- Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**

*Buon lavoro e buon divertimento!*

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ classe: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

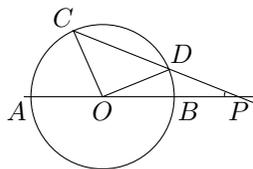
- In un'isola vivono due tipi di persone: i cavalieri che dicono sempre la verità ed i furfanti che mentono sempre. Durante una festa di compleanno, alla quale partecipano 450 persone, ciascuno dei presenti afferma: "tutti coloro che, oltre a me, sono presenti alla festa sono dei furfanti". Quanti sono i furfanti alla festa?  
 (A) nessuno (B) 450 (C) 449 (D) 224 (E) 225
- Carlo ha scritto nel suo quaderno l'elenco di tutti i numeri interi positivi da 1 fino a 1000 (inclusi). Giovanna cancella dall'elenco i numeri pari e sostituisce ciascuno di essi con la sua metà. Quanti numeri diversi saranno scritti nel quaderno di Carlo dopo l'intervento di Giovanna?  
 (A) 650 (B) 900 (C) 500 (D) 600 (E) 750
- Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero  $1000^{1000}$ . Quante cifre deve scrivere in tutto?  
 (A) 1000 (B) 3001 (C) 1000001 (D) 1001 (E) 1004

- Quattro amici si sono stancati dei loro portachiavi e decidono di ridistribuirseli, in modo tale che ciascuno di loro ne abbia uno differente da quello che aveva prima. In quanti modi diversi possono scambiarsi i portachiavi?  
 (A) 6 (B) 9 (C) 7 (D) 8 (E) 10
- Sei persone (due con una maglia verde, due con una maglia rosa, due con una maglia grigia), per giocare a briscola, vogliono suddividersi in tre squadre di due persone ciascuna. In quanti modi possono effettuare la suddivisione, facendo sì che i due di ciascuna squadra abbiano maglie di colori differenti?  
 (A) 4 (B) 11 (C) 8 (D) 24 (E) 15
- Il prodotto di due numeri naturali è 14000. Quale può essere, al massimo, il loro Massimo Comune Divisore?  
 (A) 10 (B) 20 (C) 400 (D) 70 (E) 140
- Ad un torneo di calcio partecipano solo 4 squadre, chiamate A, B, C, D. Ad ogni giornata, ciascuna squadra gioca una partita e, nel corso del torneo, ciascuna squadra incontra ogni altra precisamente una volta. Dopo le prime due giornate, la squadra A ha segnato 4 reti senza subirne, la squadra B ne ha subite 7 senza segnarne, la squadra C ne ha segnate 3 e ne ha subite 1, la squadra D ne ha segnata 1 senza subirne. Tenendo conto che ogni squadra guadagna 3 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio e nessun punto in caso di sconfitta, indicare quanti punti hanno realizzato, rispettivamente, le squadre A, B, C, D (in questo ordine) nelle prime due giornate.  
 (A) 4, 0, 3, 4 (B) 4, 0, 4, 2 (C) 4, 0, 3, 2 (D) 4, 1, 3, 2 (E) 3, 1, 4, 2
- Laura sta provando dei vestiti in un negozio. È indecisa tra 8 camicette, 5 maglioni, 6 pantaloni. Per risparmiare comprerà solo due capi, di tipo diverso (ossia non due camicette o due maglioni o due pantaloni). In quanti modi Laura potrà fare i suoi acquisti?  
 (A) 114 (B) 128 (C) 342 (D) 171 (E) 118
- Giulietta è libera dal lavoro tutte le domeniche (e nessun altro giorno). Romeo lavora su una nave da crociera: rimane in mare per 9 giorni, poi ha un giorno libero prima di imbarcarsi di nuovo per altri 9 giorni, e così via. Oggi, mercoledì 23 novembre 2016, Romeo è a terra e s'imbarcherà domani. Quante giornate potranno trascorrere insieme Giulietta e Romeo fino al 23 novembre 2017?  
 (A) 8 (B) 5 (C) 7 (D) 6 (E) 4
- Del quadrilatero convesso  $ABCD$  si conoscono le misure dei lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , che sono, nell'ordine, 5, 8, 7 e 12 cm. Indicati con  $E$  e  $F$  i punti medi dei lati  $AB$  e  $CD$ , si sa inoltre che l'area del quadrilatero  $BEDF$  è di  $24 \text{ cm}^2$ . Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del quadrilatero  $ABCD$ ?  
 (A) 32 (B) 36 (C) 48 (D) un valore tra 50 e 60 (E) più di 60

11. Una squadra di 8 persone partecipa ad un torneo sportivo. Il regolamento prevede che in campo siano presenti sempre 5 giocatori per squadra e che, nel corso di ogni partita (la cui durata è di 60 minuti), gli 8 componenti di ogni squadra devono giocare tutti lo stesso numero di minuti. Per quanti minuti sarà in campo ciascun giocatore durante la partita?

(A) meno di 30 (B) tra 30 e 33 (C) tra 33 e 36 (D) tra 36 e 39 (E) più di 39

12. Data una circonferenza  $\gamma$  avente centro  $O$  e diametro  $AB$  lungo 16 cm, sia  $P$  un punto sul prolungamento di  $AB$  dalla parte di  $B$  e sia  $r$  una retta passante per  $P$ , che interseca  $\gamma$  nei punti  $C$  e  $D$  (con  $D$  compreso tra  $C$  e  $P$ ). Supponiamo, inoltre, che si abbia  $OD = DP$  e  $\widehat{APC} = 18^\circ$ . Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AOC}$ ?



(A)  $48^\circ$  (B)  $54^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $45^\circ$  (E)  $72^\circ$

13. Osservando il calendario, Chiara si è accorta che l'anno corrente 2016 ha una particolarità: posto  $x = 2016$  il numero dell'anno, allora  $x + 1$  è multiplo di 1,  $x + 2$  è multiplo di 2,  $x + 3$  è multiplo di 3 e  $x + 4$  è multiplo di 4. Quanti altri numeri interi positivi, minori di 2016, hanno la stessa particolarità?

(A) 154 (B) 83 (C) 167 (D) 24 (E) 162

14. Una pulce si trova inizialmente nell'origine del piano cartesiano e può spostarsi sui punti a coordinate intere scegliendo di volta in volta una di queste tre mosse:

- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x + 2, y + 4)$ ;
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x, y + 5)$ ;
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x - 2, y - 9)$ .

Quanti sono i percorsi, realizzabili dalla pulce con le sue mosse, che la portano dall'origine  $(0, 0)$  al punto  $(0, 2016)$ ?

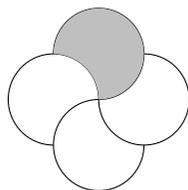
(A) nessuno (B) precisamente 1 (C) un numero compreso tra 10 e 30  
(D) un numero compreso tra 30 e 60 (E) infiniti

15. Un motorino e una bicicletta percorrono un grande tracciato di forma quadrata, partendo nello stesso istante da uno dei vertici e procedendo ambedue in senso orario. Il lato del tracciato misura 90 km. Il motorino viaggia alla velocità costante di 65 km orari, la bicicletta a 30 km orari. Dopo quante ore i due si incontreranno di nuovo in uno dei quattro vertici del tracciato?

(A) 7 (B)  $72/7$  (C)  $30/7$  (D) 72 (E) non accadrà mai più

16. La figura qui a lato è formata da 4 archi tra loro congruenti di circonferenze aventi raggio 2. Qual è l'area della regione ombreggiata?

(A)  $8 + \pi$  (B)  $8 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/4$   
(D)  $16 - 2\pi$  (E)  $4 + 2\pi$





UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA  
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T4

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2016

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) : una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.
- Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**

*Buon lavoro e buon divertimento!*

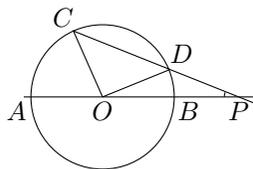
NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ classe: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Quattro amici si sono stancati dei loro portachiavi e decidono di ridistribuirseli, in modo tale che ciascuno di loro ne abbia uno differente da quello che aveva prima. In quanti modi diversi possono scambiarsi i portachiavi?  
 (A) 6 (B) 9 (C) 7 (D) 8 (E) 10
2. In un'isola vivono due tipi di persone: i cavalieri che dicono sempre la verità ed i furfanti che mentono sempre. Durante una festa di compleanno, alla quale partecipano 450 persone, ciascuno dei presenti afferma: "tutti coloro che, oltre a me, sono presenti alla festa sono dei furfanti". Quanti sono i furfanti alla festa?  
 (A) nessuno (B) 450 (C) 449 (D) 224 (E) 225
3. Carlo ha scritto nel suo quaderno l'elenco di tutti i numeri interi positivi da 1 fino a 1000 (inclusi). Giovanna cancella dall'elenco i numeri pari e sostituisce ciascuno di essi con la sua metà. Quanti numeri diversi saranno scritti nel quaderno di Carlo dopo l'intervento di Giovanna?  
 (A) 650 (B) 900 (C) 500 (D) 600 (E) 750

4. Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero  $1000^{1000}$ . Quante cifre deve scrivere in tutto?  
 (A) 1000 (B) 3001 (C) 1000001 (D) 1001 (E) 1004
5. Ad un torneo di calcio partecipano solo 4 squadre, chiamate A, B, C, D. Ad ogni giornata, ciascuna squadra gioca una partita e, nel corso del torneo, ciascuna squadra incontra ogni altra precisamente una volta. Dopo le prime due giornate, la squadra A ha segnato 4 reti senza subirne, la squadra B ne ha subite 7 senza segnarne, la squadra C ne ha segnate 3 e ne ha subite 1, la squadra D ne ha segnata 1 senza subirne. Tenendo conto che ogni squadra guadagna 3 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio e nessun punto in caso di sconfitta, indicare quanti punti hanno realizzato, rispettivamente, le squadre A, B, C, D (in questo ordine) nelle prime due giornate.  
 (A) 4,0,3,4 (B) 4,0,4,2 (C) 4,0,3,2 (D) 4,1,3,2 (E) 3,1,4,2
6. Laura sta provando dei vestiti in un negozio. È indecisa tra 8 camicette, 5 maglioni, 6 pantaloni. Per risparmiare comprerà solo due capi, di tipo diverso (ossia non due camicette o due maglioni o due pantaloni). In quanti modi Laura potrà fare i suoi acquisti?  
 (A) 114 (B) 128 (C) 342 (D) 171 (E) 118
7. Il prodotto di due numeri naturali è 14000. Quale può essere, al massimo, il loro Massimo Comune Divisore?  
 (A) 10 (B) 20 (C) 400 (D) 70 (E) 140
8. Sei persone (due con una maglia verde, due con una maglia rosa, due con una maglia grigia), per giocare a briscola, vogliono suddividersi in tre squadre di due persone ciascuna. In quanti modi possono effettuare la suddivisione, facendo sì che i due di ciascuna squadra abbiano maglie di colori differenti?  
 (A) 4 (B) 11 (C) 8 (D) 24 (E) 15
9. Una squadra di 8 persone partecipa ad un torneo sportivo. Il regolamento prevede che in campo siano presenti sempre 5 giocatori per squadra e che, nel corso di ogni partita (la cui durata è di 60 minuti), gli 8 componenti di ogni squadra devono giocare tutti lo stesso numero di minuti. Per quanti minuti sarà in campo ciascun giocatore durante la partita?  
 (A) meno di 30 (B) tra 30 e 33 (C) tra 33 e 36 (D) tra 36 e 39 (E) più di 39
10. Del quadrilatero convesso  $ABCD$  si conoscono le misure dei lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , che sono, nell'ordine, 5, 8, 7 e 12 cm. Indicati con  $E$  e  $F$  i punti medi dei lati  $AB$  e  $CD$ , si sa inoltre che l'area del quadrilatero  $BEDF$  è di  $24 \text{ cm}^2$ . Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del quadrilatero  $ABCD$ ?  
 (A) 32 (B) 36 (C) 48 (D) un valore tra 50 e 60 (E) più di 60

11. Data un circonferenza  $\gamma$  avente centro  $O$  e diametro  $AB$  lungo 16 cm, sia  $P$  un punto sul prolungamento di  $AB$  dalla parte di  $B$  e sia  $r$  una retta passante per  $P$ , che interseca  $\gamma$  nei punti  $C$  e  $D$  (con  $D$  compreso tra  $C$  e  $P$ ). Supponiamo, inoltre, che si abbia  $OD = DP$  e  $\widehat{APC} = 18^\circ$ . Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AOC}$ ?



- (A)  $48^\circ$  (B)  $54^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $45^\circ$  (E)  $72^\circ$

12. Giulietta è libera dal lavoro tutte le domeniche (e nessun altro giorno). Romeo lavora su una nave da crociera: rimane in mare per 9 giorni, poi ha un giorno libero prima di imbarcarsi di nuovo per altri 9 giorni, e così via. Oggi, mercoledì 23 novembre 2016, Romeo è a terra e s'imbarcherà domani. Quante giornate potranno trascorrere insieme Giulietta e Romeo fino al 23 novembre 2017?

- (A) 8 (B) 5 (C) 7 (D) 6 (E) 4

13. Una pulce si trova inizialmente nell'origine del piano cartesiano e può spostarsi sui punti a coordinate intere scegliendo di volta in volta una di queste tre mosse:

- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x + 2, y + 4)$ ;
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x, y + 5)$ ;
- dal punto  $(x, y)$  salta al punto  $(x - 2, y - 9)$ .

Quanti sono i percorsi, realizzabili dalla pulce con le sue mosse, che la portano dall'origine  $(0, 0)$  al punto  $(0, 2016)$ ?

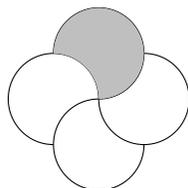
- (A) nessuno (B) precisamente 1 (C) un numero compreso tra 10 e 30  
(D) un numero compreso tra 30 e 60 (E) infiniti

14. Osservando il calendario, Chiara si è accorta che l'anno corrente 2016 ha una particolarità: posto  $x = 2016$  il numero dell'anno, allora  $x + 1$  è multiplo di 1,  $x + 2$  è multiplo di 2,  $x + 3$  è multiplo di 3 e  $x + 4$  è multiplo di 4. Quanti altri numeri interi positivi, minori di 2016, hanno la stessa particolarità?

- (A) 154 (B) 83 (C) 167 (D) 24 (E) 162

15. La figura qui a lato è formata da 4 archi tra loro congruenti di circonferenze aventi raggio 2. Qual è l'area della regione ombreggiata?

- (A)  $8 + \pi$  (B)  $8 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/4$   
(D)  $16 - 2\pi$  (E)  $4 + 2\pi$



16. Un motorino e una bicicletta percorrono un grande tracciato di forma quadrata, partendo nello stesso istante da uno dei vertici e procedendo ambedue in senso orario. Il lato del tracciato misura 90 km. Il motorino viaggia alla velocità costante di 65 km orari, la bicicletta a 30 km orari. Dopo quante ore i due si incontreranno di nuovo in uno dei quattro vertici del tracciato?

- (A) 7 (B)  $72/7$  (C)  $30/7$  (D) 72 (E) non accadrà mai più